Matrikel								SKZ				Name	

Klausur 1

Formale Grundlagen 2

24. November 2006

Zu jedem Buchstaben muß entweder ja oder nein angekreuzt werden.

Aufgabe 1 *Sei M der endliche Automat*

$$(\{q0, q1, q2, q3\}, \{0, 1\}, \delta, q0, \{q1\}),$$

dessen Überführungsfunktion durch Abbildung 1 gegeben ist.

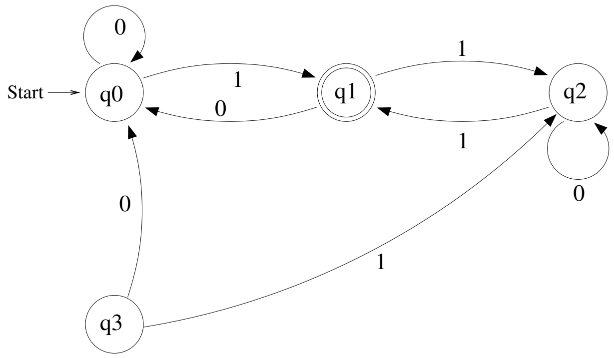

Abbildung 1: Automat zur Aufgabe 1

Beantworten Sie folgende Fragen.

A	ja		*Ist $L(M)$ regulär?*
B	ja		*Ist $L(M) = L(0^*1((10^*1)^*(0^+1)^*)^*)$?*
C		nein	*Ist $L(M) = L(((0^*1) + (10^*1))^*)$?* $011 \notin L(M)$.
D	ja		*Ist $L(M) = L(0^*1((10^*1) + (00^*1))^*)$?*
E		nein	*Ist $0110110 \in L(M)$?*
F		nein	*Enthält $L(M)$ nur Wörter aus $\{0,1\}^*$, die eine ungerade Anzahl von 1en haben?* *Offensichtlich gilt* $101 \in L(M)$.

Aufgabe 2 *Sei N der nichtdeterministische endliche Automat*

$$(\{q0, q1, q2, q3\}, \{0, 1\}, \nu, q0, \{q1\}),$$

dessen Überführungsfunktion ν sich aus Abbildung 1 ergibt, indem man den Pfeil von q3 nach q2 umkehrt.

A	ja		*Ist $L(M) = L(N)$, wobei M der deterministische endliche Automat aus der vorherigen Aufgabe ist?*
B	ja		*Gibt es eine RAM R, so daß $L(R) = L(N)$?*
C	ja		*Gibt es einen regulären Ausdruck r so daß $L(N) = L(r)$?*
D	ja		*Kann $L(N)$ durch eine (deterministische) Turingmaschine T generiert werden, d.h. existiert eine Turingmaschine T mit $G(T) = L(N)$?*
E		nein	*Gilt $110010011010 \in L(N)$?*

Aufgabe 3 *Gegeben sei eine Turingmaschine* $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \{q_4\}, \delta)$, *mit* $\Sigma = \{1\}$, $\Gamma = \{0, 1, \sqcup\}$ *und* $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$. *Die folgende Tabelle beschreibt die Überführungsfunktion:*

δ	1	0	$\sqcup$
q_0	$(q_1, 1, R)$	–	$(q_0, 0, R)$
q_1	$(q_2, 1, R)$	–	$(q_3, 1, R)$
q_2	$(q_1, 1, R)$	–	$(q_2, 0, R)$
q_3	–	–	$(q_4, 1, R)$
q_4	–	–	–

Die Maschine M *berechnet eine (partielle) Funktion* $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$. *Dabei werden die Eingabezahlen als eine Folge von 1en auf dem Band dargestellt. Eine Folge von* n *1en* ($n \in \mathbb{N}$) *ist als die Zahl* n *zu interpretieren. Weiterhin kann die Maschine* M *als Turingmaschine aufgefasst werden, die eine Sprache akzeptiert bzw. generiert.*

Fragen:

A | | nein — *Gilt* $f(x) = x + 2$ *für alle* $x \in \mathbb{N}$?

$$\text{Es gilt } f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{wenn } x \text{ ungerade,} \\ \text{nicht definiert} & \text{sonst.} \end{cases}$$

B | | nein — *Enthält* $L(M)$ *das leere Wort?*

Wenn M *mit einem leeren Band startet, kommt sie nie zum akzeptierenden Zustand* q_4.

C | ja | — *Gilt* $1 \in L(M)$?

Die Turingmaschine liest im Zustand q_0 *eine 1, begibt sich in den Zustand* q_1. *Dann liest sie ein* $\sqcup$ *und geht in den Zustand* q_3. *Nach dem Lesen eines weiteren* $\sqcup$ *geht* M *in den akzeptierenden Zustand* q_4.

D | | nein — *Ist die Sprache* $L(M)$ *endlich?*

$L(M) = \{ 1^n \mid n \text{ ungerade} \}$

E | ja | — *Betrachten Sie* M *als Turingmaschine, die eine Sprache generiert. Das Symbol 0 werde dabei als ausgezeichnetes Trennsymbol benutzt. Enthält* $G(M)$ *das leere Wort?*

Die Maschine startet mit dem leeren Band und verbleibt im Zustand q_0. *Das gesamte Band wird mit Nullen gefüllt. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullen steht das leere Wort.*

Aufgabe 4 *Sei* L_1 *eine rekursiv aufzählbare und* L_2 *eine rekursiv Sprache über* $\{0, 1\}$.

Fragen:

A | | nein — *Ist* $L_1 \cup L_2$ *rekursiv?*

B | ja | — *Ist* $L_1 \cup \overline{L_1}$ *rekursiv?*

C | | nein — *Ist* $\overline{L_1} \cap L_2$ *rekursiv aufzählbar?*

D | ja | — *Sei auch* $\overline{L_1}$ *rekursiv aufzählbar. Ist* L_1 *rekursiv?*