Aufgabe 36. Sei eine Funktion f definiert als

$$f(n) = \begin{cases} 3n+1 & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{n}{2} & \text{falls } n \text{ gerade} \end{cases}$$

Man kann sich nun folgende Prozedur vorstellen. Man wähle eine positive natürliche Zahl und wende f darauf an. Ist das Ergebnis gleich 1, so stoppe man, anderenfalls, wende man wieder f auf das Ergebnis an und führe das Verfahren solange fort, bis man eine 1 als Ergebnis erhält.
Sei ν eine Funktion, die als Input positive natürliche Zahlen akzeptiert und als Ausgabe die Anzahl der Iterationen ausgibt, die im obigen Verfahren notwendig sind, um als Ergebnis für f eine 1 zu erhalten.
Zeigen Sie dass, ν eine rekursive Funktion ist. Sie können dabei alle Sätze aus dem Skriptum verwenden.
Sehr schwierige Zusatzaufgabe: Ist ν sogar primitiv rekursiv?

Aufgabe 37. Sei $L = \left\{ ww^{-1} \,\middle|\, w \in \{1,2\}^* \right\}$ wobei für ein Wort $w = w_1 w_2 \ldots w_r \in \{1,2\}^*$ durch w^{-1} das Wort $w_r \ldots w_2 w_1$ bezeichnet wird. Geben Sie eine möglichst gute Abschätzung der (worst-case) Zeit- und Raumkomplexität einer Turingmaschine, die L akzeptiert.

Aufgabe 38. Skizzieren Sie einen Algorithmus zur Berechnung von x^n ($x \in \mathbb{Q}$, $n \in \mathbb{N}$) und analysieren Sie seine Zeitkomplexität unter der Annahme, dass die elementaren Operationen auf $\mathbb{Q}$ (Addition, Multiplikation, Vergleich, etc.) konstante Zeit benötigen.
Der Algorithmus soll eine bessere Komplexität als der triviale Algorithmus aufweisen, der $n-1$ Multiplikationen von x ausführt. (Hinweis: x^8 ist mit drei Multiplikationen berechenbar.)

Aufgabe 39. Gegeben sei eine Turingmaschine M mit folgender Eigenschaft: *Wenn M ein Wort akzeptiert, dann tut sie das in weniger als 1000 Schritten.*

1. Ist $L(M)$ rekursiv aufzählbar?
2. Ist $L(M)$ rekursiv?
3. Ist die Eigenschaft von $L(M)$, das leere Wort zu enthalten, entscheidbar?
4. Ist $L(M)$ notwendigerweise endlich?

Aufgabe 40. Sei L eine endliche Sprache über dem Alphabet $\{0,1\}$. Ist das Problem

Für eine Turingmaschine M gilt $L(M) \supseteq L$.

semi-entscheidbar? Ist es auch entscheidbar?